

# **RESPONS STRUKTUR SDOF AKIBAT BEBAN SINUSOIDAL DENGAN METODE INTEGRAL DUHAMEL**

**Reni Suryanita**

Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Riau  
Kampus Bina Widya Jl. H.R. Soebrantas Km. 12,5 Pekanbaru  
email : reni@unri.ac.id

**Hendra Sarfika**

Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Riau  
email : hendra\_sarfika@yahoo.com

## **ABSTRAKSI**

Dalam bidang teknik, penyederhanaan proses perhitungan sering dilakukan untuk memudahkan pengolahan data. Beberapa struktur bangunan seperti rumah, tower dan bangunan lainnya dalam proses perhitungan dapat disederhanakan dengan mengidealisasikan bangunan tersebut sebagai sistem dengan derajat kebebasan tunggal (SDOF). Dalam sistem SDOF respons struktur yang terjadi akibat beban dinamik diasumsikan searah horizontal. Untuk mendapatkan respons yang terjadi disebabkan oleh beban dinamik seperti perpindahan, kecepatan dan percepatan maksimum dapat digunakan konsep respons struktur. Dalam penelitian ini respons struktur dihitung secara numerik menggunakan Integral Duhamel.

Langkah perhitungan dimulai dengan menempatkan gaya luar pada sistem struktur dan dihitung nilai respons yang dihasilkan. Perhitungan dapat diulang untuk beberapa parameter yang berbeda. Parameter yang divariasikan adalah massa dan kekakuan system. Respons struktur dihitung dengan tipe pembebanan Sinusoidal untuk sistem teredam dan system tak teredam.

Hasil perhitungan memperlihatkan untuk kekakuan tetap perpindahan maksimum akan meningkat pada saat massa sistem ditambah dua kali semula, dan akan menurun jika massa system dikurangi setengah dari massa mula-mula. Hal ini berbanding terbalik terhadap variasi kekakuan dengan massa sistem tetap.

Kata kunci : respons struktur, Integral Duhamel, pembebanan sinusoidal, massa, kekakuan

## **ABSTRACT**

In engineering field, the simplicity process is often done in order to make easier the processing. Some buildings e.g houses, tower and others can be idealized as Single Degree of Freedom System (SDOF) with an assumption that the response caused by dynamical load only taken place in horizontall direction. To detect the response occurs cause by dynamical load, e.g displacement, velocity, and acceleration maximum structure, therefore the response of structure concept can be used. In this case, response of the structure is calculated numerically using Duhamel's Integral.

First, the external force put on the system, both on mass and restrain and then calculating the response that occurred. The calculation can be repeat for any different parameters. The parameter variation are mass and system stiffness. The response of the structure is calculated with sinusoidal loading type for dumping system and undumping system.

The study results showed that the maximum removal will increase at the mass added twice and decrease at the reducing load a half. The removal is in proportion to the mass of the system and inversely proportion to the stiffness of the system.

Keywords : response of structure, SDOF, Duhamel's Integral, sinusoidal, mass, stiffness

## 1. PENDAHULUAN

Respons struktur merupakan riwayat waktu dari perpindahan, kecepatan dan percepatan dari fungsi beban tertentu, untuk struktur dengan derajat kebebasan tunggal dan banyak. Pada permasalahan beban dinamis seperti beban ledakan, beban angin, beban getaran mesin dan beban gempa, beban dan respons strukturnya merupakan fungsi dari waktu, sehingga analisis yang dilakukan harus berdasarkan waktu.

Pembebanan pada struktur akibat beban dinamis dapat terjadi sewaktu-waktu, maka untuk perencanaan bangunan perlu diperhitungkan pengaruh beban ini. Adakalanya struktur yang direncanakan harus menerima beban secara berulang-ulang (periodik) yang tidak diperhitungkan sebelumnya. Pola beban periodik ini dapat berbentuk grafik fungsi sinus maupun fungsi cosinus, yang dikenal dengan nama sinusoidal. Struktur bangunan yang mengalami beban ini harus dievaluasi, apakah masih aman untuk ditempati atau harus diperbaiki dan bahkan mungkin harus dibongkar. Untuk dapat memprediksi kemungkinan-kemungkinan tersebut, maka perlu ditinjau bagaimana respons yang terjadi pada struktur bangunan, jika bangunan tersebut menerima beban dinamik dengan pola sinusoidal.

Penulisan artikel ini bertujuan untuk menentukan respons maksimum yang terjadi pada sistem derajat kebebasan tunggal akibat beban sinusoidal. Respons maksimum yang didapatkan berguna sebagai acuan untuk merencanakan sistem struktur sehingga dapat meminimalisir kemungkinan kerusakan pada sistem derajat kebebasan tunggal.

## 2. PERMASALAHAN

Umumnya beban dinamis sulit dinyatakan dalam suatu bentuk matematis yang sederhana secara eksak. Untuk itu diperlukan analisis dinamis secara numerik. Simulasi numerik dalam penelitian ini menggunakan bantuan komputer, agar respons maksimum dari sistem berderajat kebebasan tunggal yang diinginkan, dapat dihitung lebih akurat, dan membutuhkan waktu yang relatif lebih singkat.

## 3. BATASAN MASALAH

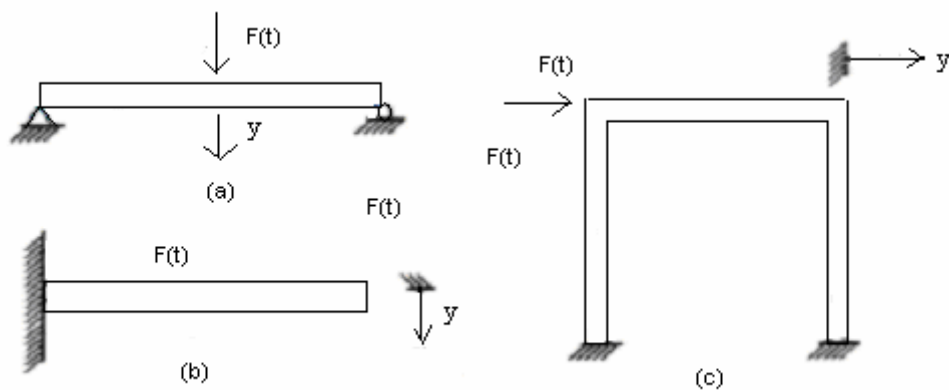
Beberapa batasan dalam penelitian ini antara lain:

- 1) Struktur dimodelkan mempunyai sistem derajat kebebasan tunggal (SDOF)
- 2) Dimensi balok diasumsikan 30 cm x 40 cm dan kolom dengan ukuran 20 cm x 30 cm.
- 3) Beban merata ( $q$ ) yang bekerja pada struktur diasumsikan sebesar 2,5 t/m'. Modulus elastik beton  $E_b = 2,2 \cdot 10^5$  kg/cm<sup>2</sup> dan percepatan gravitasi  $g = 980$  cm/dt<sup>2</sup>.
- 4) Beban dinamik yang bekerja pada stuktur merupakan fungsi sinusoidal sebesar  $P(t) = 1500 \sin(\pi t/0,6)$  selama 1,2 detik.
- 5) Analisis sistem dilakukan dengan variasi massa dan kekakuan baik untuk sistem teredam maupun tak teredam dengan pembebanan sinusoidal.

#### 4. TINJAUAN PUSTAKA

Pada dasarnya setiap struktur mempunyai derajat kebebasan yang tak terhingga jumlahnya. Menurut Widodo (2000) derajat kebebasan merupakan derajat independensi atau jumlah koordinat yang diperlukan untuk menyatakan posisi suatu sistem pada setiap saat. Suatu struktur memiliki frekuensi natural sebanyak derajat kebebasan yang dimilikinya dan jika beban dinamik yang diterima struktur memiliki frekuensi yang mendekati frekuensi natural dari struktur maka akan terjadi resonansi yang akan mengakibatkan keruntuhan atau *collapse* pada struktur.

Lumantarna (1999), Sistem massa yang berpindah dalam satu arah saja yaitu arah horizontal dinamakan sistem berderajat kebebasan tunggal (*single degree of freedom, SDOF*). Pada sistem SDOF, struktur dimodelkan dengan massa tunggal dan koordinat perpindahan tunggal.

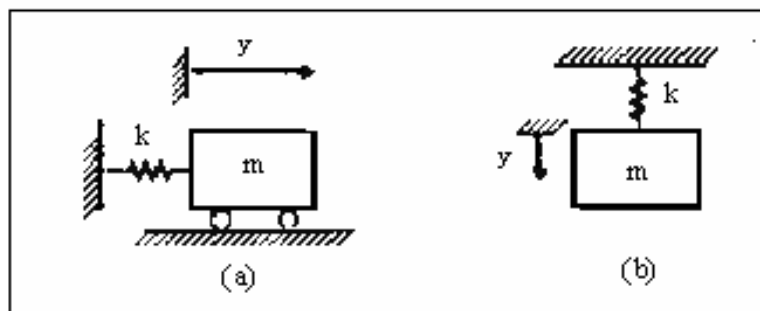


**Gambar 1. Beberapa bentuk sistem berderajat kebebasan tunggal**  
(a) Balok perletakan sederhana (b) Balok Kantilever (c) Balok portal

Liu (2002) telah mengembangkan Integral Duhamel dalam penyelesaian persamaan diferensial secara numerik, dari persamaan gerak dengan tipe massa material dan redaman yang bervariasi.

#### 5. LANDASAN TEORI

Secara sederhana model matematis sistem derajat kebebasan tunggal (SDOF) dapat dilihat seperti Gambar 2 berikut ini,



**Gambar 2. Beberapa bentuk alternatif dari model matematis SDOF**  
(a) Massa sistem yang bergerak horizontal (b) Massa sistem yang bergerak vertikal

Persamaan gerak sistem derajat kebebasan tunggal menghasilkan gaya luar,  $F_t$  berdasarkan kesetimbangan dinamis *free-body* :

$$m.a + c.v + k.y = F_t \quad (1)$$

dimana  $m$ ,  $c$  dan  $k$  masing-masing merupakan massa sistem, konstanta redaman, dan konstanta pegas, sedangkan  $a$ ,  $v$  dan  $y$  merupakan percepatan, kecepatan dan perpindahan pada sistem.

Solusi Integral Duhamel digunakan untuk menghitung respons struktur sistem elastis. Evaluasi numerik dengan Integral Duhamel dilakukan pada sistem tak teredam dan sistem teredam. Integral Duhamel pada sistem tak teredam menggunakan fungsi trigonometri  $\sin \omega(t - \tau) = \sin \omega\tau \cos \omega t - \cos \omega\tau \sin \omega t$ . Dengan anggapan kondisi awal nol, diperoleh Integral Duhamel sebagai berikut:

$$y(t) = \sin \omega t \frac{1}{m\omega} \int_0^t F(\tau) \cos \omega\tau d\tau - \cos \omega t \frac{1}{m\omega} \int_0^t F(\tau) \sin \omega\tau d\tau$$

atau

$$y(t) = \{A(t) \sin \omega t - B(t) \cos \omega t\} / m\omega \quad (2)$$

dengan

$$A(t) = \int_0^t F(\tau) \cos \omega\tau d\tau$$

$$B(t) = \int_0^t F(\tau) \sin \omega\tau d\tau \quad (3)$$

Perhitungan Integral Duhamel memerlukan evaluasi integral  $A(t)$  dan  $B(t)$  secara numerik. Metoda yang sering digunakan adalah aturan Trapezium (*trapezoidal rule*) dan aturan Simpson (*Simpson's rule*). Untuk mengintegrasikan suatu fungsi  $I(\tau)$  dapat diturunkan sebagai berikut :

$$A(t) = \int_0^t I(\tau) d\tau \quad (4)$$

Operasi dasar yang diperlukan untuk aturan Trapezium adalah

$$A(t) = \Delta\tau \frac{1}{2} (I_0 + 2I_1 + 2I_2 + \dots + 2I_{n-1} + I_n), \quad (5)$$

dan untuk aturan Simpson adalah

$$A(t) = \Delta\tau \frac{1}{3} (I_0 + 4I_1 + 2I_2 + \dots + 4I_{n-1} + I_n), \quad (6)$$

Untuk aturan Simpson  $n = t/\Delta\tau$  harus genap. Respons yang didapat dari kedua aturan ini akan mendekati harga sebenarnya, sebab aturan ini didasarkan pada substitusi  $I(\tau)$  pada setiap selang waktu. Respons akibat aturan Trapezium akan berbentuk linier dan respons akibat aturan Simpson berbentuk parabolis. Pendekatan yang lain untuk mengevaluasi Integral Duhamel, didasarkan pada solusi analitis yang eksak dari integral fungsi beban yang dianggap merupakan bagian-bagian yang linier. Pada metode ini tidak ditemukan pendekatan numerik dari integrasi melainkan proses pengecilan kesalahan, sehingga metode ini disebut metode Eksak.

Dalam menggunakan metode ini, fungsi beban  $F(\tau)$  dianggap mendekati fungsi linier. Untuk menggambarkan respons secara lengkap integrasi pada Persamaan (7) dapat dinyatakan dalam bentuk pertambahan (*incremental form*) berikut.

$$A(t_i) = A(t_{i-1}) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} F(\tau) \cos \omega \tau d\tau$$

$$B(t_i) = B(t_{i-1}) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} F(\tau) \sin \omega \tau d\tau \quad (7)$$

dengan  $A(t_i)$  dan  $B(t_i)$  menyatakan harga dari integral-integral pada Persamaan (7) pada saat  $t_i$ .

$$F(\tau) = F(t_{i-1}) + \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} (\tau - t_{i-1}), \quad t_{i-1} \leq \tau \leq t_i \quad (8)$$

dengan

$$\Delta F_i = F(t_i) - F(t_{i-1}) \quad (9)$$

dan

$$\Delta t_i = t_i - t_{i-1} \quad (10)$$

dengan mensubstitusikan Persamaan (8) ke Persamaan (7) diperoleh

$$A(t_i) = A(t_{i-1}) + \left( F(t_{i-1}) - t_{i-1} \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} \right) \left( \frac{\sin \omega t_i - \sin \omega t_{i-1}}{\omega} \right)$$

$$+ \frac{\Delta F_i}{\omega^2 \Delta t_i} \{ \cos \omega t_i - \cos \omega t_{i-1} + \omega (t_i \sin \omega t_i - t_{i-1} \sin \omega t_{i-1}) \} \quad (11)$$

dan

$$B(t_i) = B(t_{i-1}) + \left( F(t_{i-1}) - t_{i-1} \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} \right) \left( \frac{\cos \omega t_i - \cos \omega t_{i-1}}{\omega} \right)$$

$$+ \frac{\Delta F_i}{\omega^2 \Delta t_i} \{ \sin \omega t_i - \sin \omega t_{i-1} + \omega (t_i \cos \omega t_i - t_{i-1} \cos \omega t_{i-1}) \} \quad (12)$$

Respons dari sistem teredam dengan Integral Duhamel diperoleh dengan mensubstitusikan impuls  $F(\tau)d\tau$  dan kecepatan awalnya  $dv = F(\tau)d\tau/m$ , ke dalam persamaan getaran teredam. Dengan anggapan  $y_0 = 0$ ,  $v_0 = F(\tau)d\tau/m$  dan substitusi  $t-\tau$  untuk  $t$  pada Persamaan (8), diperoleh persamaan differensial perpindahan pada saat  $t$  yaitu :

$$dy(t) = e^{-\xi\omega(t-\tau)} \frac{F(\tau)d\tau}{m\omega_D} \sin \omega_D (t - \tau) \quad (13)$$

dan jumlah respons differensial dari semua waktu pembebanan adalah

$$y(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t F(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega_D (t - \tau) d\tau$$

atau dapat juga ditulis seperti persamaan berikut

$$y(t) = \{ A_D(t) \sin \omega_D t - B_D(t) \cos \omega_D t \} \frac{e^{-\xi\omega t}}{m\omega_D} \quad (14)$$

dengan

$$A_D(t_i) = A_D(t_{i-1}) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} F(\tau) e^{\xi\omega\tau} \cos \omega_D \tau d\tau \quad (15)$$

$$B_D(t_i) = B_D(t_{i-1}) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} F(\tau) e^{\xi\omega\tau} \sin \omega_D \tau d\tau \quad (16)$$

Untuk semua bagian fungsi pembebanan linier,  $F(\tau)$  dari Persamaan (8) disubstitusikan ke Persamaan (15) dan (16) memerlukan evaluasi integral berikut :

$$I_1 = \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{\xi\omega\tau} \cos \omega_D \tau d\tau = \frac{e^{\xi\omega\tau}}{(\xi\omega)^2 + \omega_D^2} (\xi\omega \cos \omega_D \tau + \omega_D \sin \omega_D \tau) \Big|_{t_{i-1}}^{t_i} \quad (17)$$

$$I_2 = \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{\xi\omega\tau} \sin \omega_D \tau d\tau = \frac{e^{\xi\omega\tau}}{(\xi\omega)^2 + \omega_D^2} (\xi\omega \sin \omega_D \tau - \omega_D \cos \omega_D \tau) \Big|_{t_{i-1}}^{t_i} \quad (18)$$

$$I_3 = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \tau e^{\xi\omega\tau} \sin \omega_D \tau d\tau = \left( \tau - \frac{\xi\omega}{(\xi\omega)^2 + \omega_D^2} \right) I_2 + \frac{\omega_D}{(\xi\omega)^2 + \omega_D^2} I_1 \Big|_{t_{i-1}}^{t_i} \quad (19)$$

$$I_4 = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \tau e^{\xi\omega\tau} \cos \omega_D \tau d\tau = \left( \tau - \frac{\xi\omega}{(\xi\omega)^2 + \omega_D^2} \right) I_1 - \frac{\omega_D}{(\xi\omega)^2 + \omega_D^2} I_2 \Big|_{t_{i-1}}^{t_i} \quad (20)$$

$$A_D(t_i) = A_D(t_{i-1}) + \left( F(t_{i-1}) - t_{i-1} \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} \right) I_1 + \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} I_4 \quad (21)$$

$$B_D(t_i) = B_D(t_{i-1}) + \left( F(t_{i-1}) - t_{i-1} \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} \right) I_2 + \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} I_3 \quad (22)$$

dari persamaan-persamaan di atas diperoleh perpindahan pada saat  $t_i$  yaitu,

$$y(t_i) = \frac{e^{-\xi\omega t_i}}{m\omega_D} \{ A_D(t_i) \sin \omega_D t_i - B_D(t_i) \cos \omega_D t_i \} \quad (23)$$

dengan

$y(t_i)$  = perpindahan pada titik  $i$  (cm)

$\xi$  = rasio redaman

$\omega$  = frekuensi sudut (rad/dt)

$m$  = massa (kgdt<sup>2</sup>/cm)

$\omega_D$  = frekuensi sudut teredam (rad/dt)

$t_i$  = waktu pada titik  $i$  (dt)

## 6. BAHAN DAN METODE

Data yang dibutuhkan dalam perhitungan adalah massa sistem (M), kekakuan sistem (K), rasio redaman ( $X_i$ ), waktu maksimum dari integrasi ( $T_{max}$ ), selang waktu dari integrasi (DT), percepatan gaya tarik bumi (GR), waktu pada titik I (T(I)) dan gaya atau percepatan pada saat T(I) (F(I)).

Langkah perhitungan untuk mendapatkan nilai respons struktur dari sistem berderajat kebebasan tunggal dapat dilihat pada Tabel 1.

**Tabel 1. Langkah- langkah perhitungan respons struktur**

Flowchart	Keterangan
	<p><b>Input data :</b>                      NTYPE, indek pengaruh                      N, jumlah titik yang ditentukan pada fungsi pengaruh.                      M, massa                      K, kekakuan                      XI, rasio redaman                      Tmax, waktu maksimum dari integrasi                      DT, selang waktu dari integrasi                      INT, indek interpolasi                      GR, percepatan gravitasi                      T(I), waktu pada titik i                      F(I), gaya pada titik i</p> <p><b>Perpindahan :</b>                      y(i), perpindahan pada titik i                      y<sub>mak</sub>, perpindahan maksimum                      m, massa                      ε, redaman                      ω, frekuensi natural                      t<sub>i</sub>, waktu pada titik i                      ω<sub>D</sub>, frekuensi natural teredam</p> <p><b>Kecepatan :</b>                      v(i), perpindahan pada titik i                      v<sub>mak</sub>, perpindahan maksimum                      m, massa                      ε, redaman                      ω, frekuensi natural                      t<sub>i</sub>, waktu pada titik i                      ω<sub>D</sub>, frekuensi natural teredam</p> <p><b>Percepatan :</b>                      ACC(i), percepatan pada titik i                      ACC<sub>max</sub>, percepatan maksimum                      C, koefisien redaman liat                      K, konstanta pegas                      m, massa</p>

MUL

Input d

NTYPE, N, M, K, X

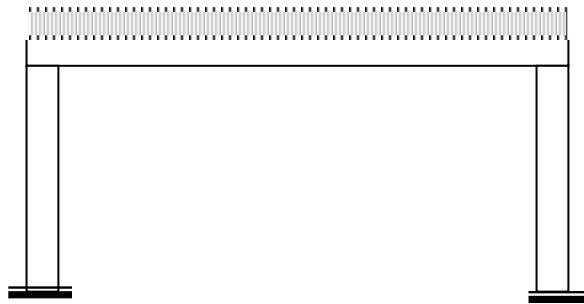
INT, GR, T(I),

Hitung perp

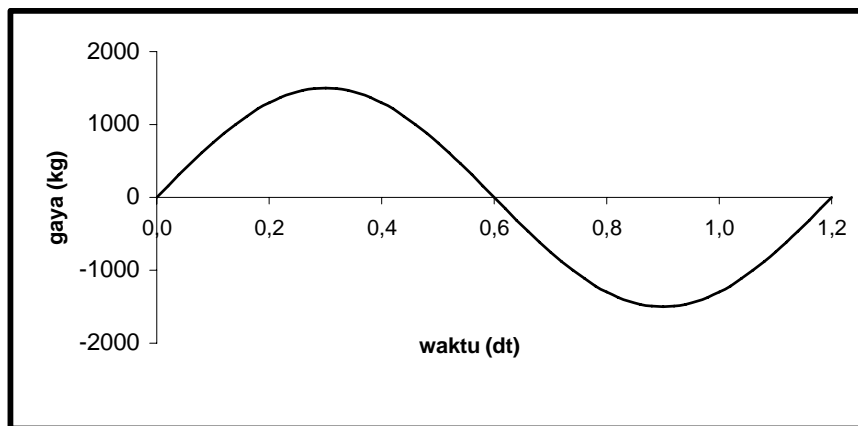
**Data Perhitungan**

Model struktur yang ditinjau mempunyai sistem derajat kebebasan tunggal dengan dimensi balok 30 cm x 40 cm dan kolom dengan ukuran 20 cm x 30 cm. Struktur diberi beban merata (q) sebesar 2,5 t/m'. Modulus elastik beton E<sub>b</sub> = 2,2.10<sup>5</sup> kg/cm<sup>2</sup> dan percepatan

gravitasi  $g = 980 \text{ cm/dt}^2$ . Struktur dibebani dengan beban dinamik fungsi sinusoidal sebesar  $P(t) = 1500 \sin(\pi t/0,6)$  selama 1,2 detik seperti pada Gambar. 3. di bawah ini,



**Gambar 3 Model Struktur yang akan ditinjau**



**Gambar 4. Pola Beban  $P(t) = 1500 \sin(\pi t/0,6)$**

Dari hasil perhitungan diperoleh :

Massa,  $M = 12,8 \text{ kgdt}^2/\text{cm}$  , kekakuan,  $K = 4027,3 \text{ kg/cm}$ . Massa dan kekakuan ini dijadikan acuan dalam perhitungan. Analisis sistem dilakukan dengan variasi massa dan variasi kekakuan baik untuk sistem teredam maupun tak teredam dengan pembebanan sinusoidal.

Variasi I dilakukan dengan massa tetap atau sama dengan massa acuan dan kekakuan setengah dari kekakuan acuan ( $M = 12,8 \text{ kgdt}^2/\text{cm}$  ,  $K = 2013,6 \text{ kg/cm}$ ). Variasi II dilakukan dengan massa tetap dan kekakuan dua kali kekakuan acuan ( $M = 12,8 \text{ kgdt}^2/\text{cm}$  ,  $K = 8054,6 \text{ kg/cm}$ ). Variasi III dilakukan dengan massa setengah massa acuan dan kekakuan tetap atau sama dengan kekakuan acuan ( $M = 6,39 \text{ kgdt}^2/\text{cm}$  ,  $K = 4027,3 \text{ kg/cm}$ ). Variasi IV dilakukan dengan massa dua kali massa acuan dan kekakuan tetap atau sama dengan kekakuan acuan ( $M = 25,5 \text{ kgdt}^2/\text{cm}$  ,  $K = 4027,3 \text{ kg/cm}$ ). Variasi massa dan kekakuan dapat dilihat pada Tabel. 2.

**Tabel 2. Variasi massa dan kekakuan**

Variasi	Massa (kgdt <sup>2</sup> /cm)	Kekakuan (kg/cm)	Keterangan
-	12,8	4027,3	Acuan
1	12,8	2013,6	Massa tetap, kekakuan setengah dari acuan
2	12,8	8054,6	Massa tetap, kekakuan dua kali dari acuan
3	6,4	4027,3	kekakuan tetap, massa setengah dari acuan
4	25,6	4027,3	kekakuan tetap, massa dua kali dari acuan

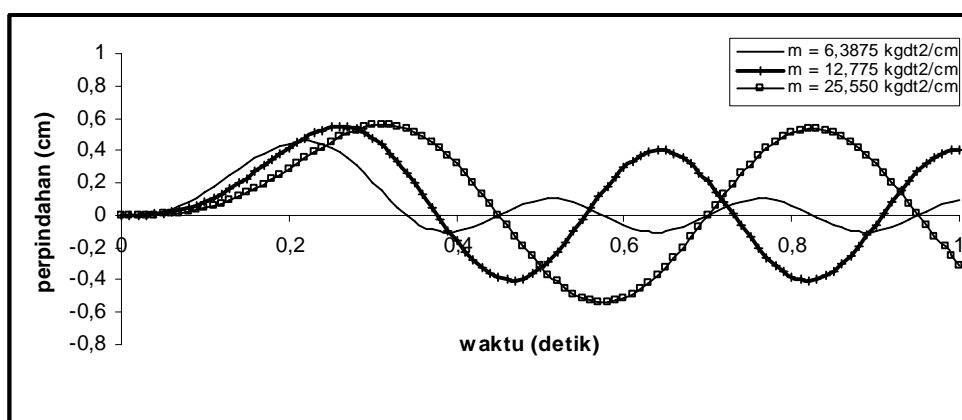
## 7. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil respons riwayat waktu sistem akibat pola beban sinusoidal dengan berbagai variasi massa dan kekakuan seperti Tabel 2 adalah sebagai berikut :

### 7.1. Perpindahan

a. Struktur dengan variasi massa dan kekakuan tetap sebesar 4027,3 kg/cm

Sistem dengan massa sebesar 6,4 kgdt<sup>2</sup>/cm menghasilkan perpindahan maksimum sebesar 0,44294 cm, massa sebesar 12,8 kgdt<sup>2</sup>/cm menghasilkan perpindahan maksimum sebesar 0,51648 cm dan untuk massa sebesar 25,6 kgdt<sup>2</sup>/cm menghasilkan perpindahan maksimum sebesar 0,52151 cm.

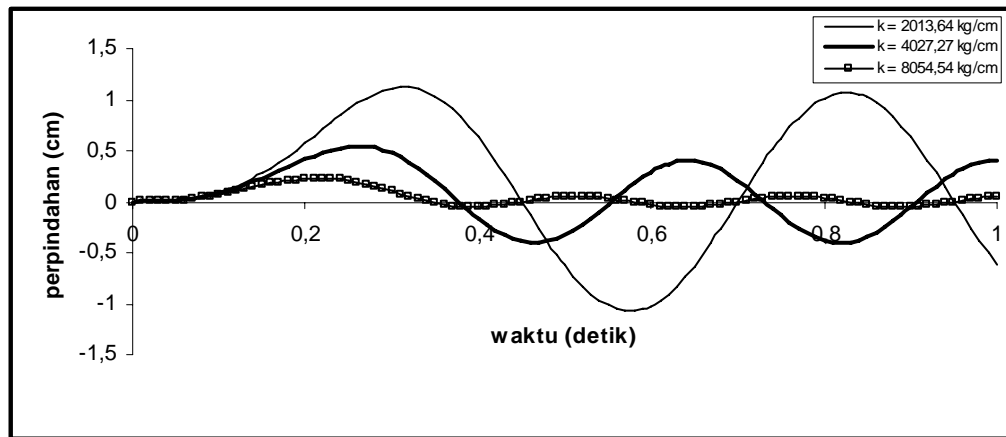


**Gambar 5. Riwayat waktu vs perpindahan dengan variasi massa**

Semakin besar massa maka semakin besar pula perpindahan maksimum yang dihasilkan atau dengan kata lain massa berbanding lurus dengan perpindahan maksimum, secara visual dapat dilihat pada Gambar 5.

b. Sistem dengan variasi kekakuan dan massa tetap sebesar 12,8 kgdt<sup>2</sup>/cm

Sistem dengan kekakuan sebesar 2013,6 kg/cm menghasilkan perpindahan maksimum sebesar 1,04302 cm, kekakuan sebesar 4027,3 kg/cm menghasilkan perpindahan maksimum sebesar 0,51648 cm dan untuk kekakuan sebesar 8054,6 kg/cm menghasilkan perpindahan maksimum sebesar 0,22147 cm.



**Gambar 6. Riwayat waktu vs perpindahan dengan variasi kekakuan**

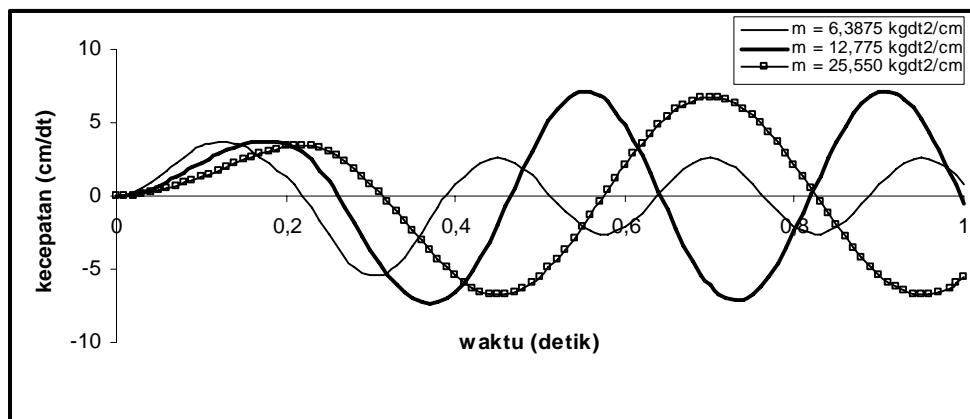
Semakin besar kekakuan maka semakin kecil perpindahan maksimum yang dihasilkan atau dengan kata lain kekakuan berbanding terbalik dengan perpindahan maksimum, secara visual dapat dilihat pada Gambar 6.

Hasil hitungan di atas memperlihatkan bahwa semakin besar periode getar ( $T$ ) maka perpindahan maksimum yang dihasilkan juga semakin besar. Hal ini terjadi karena periode getar kecil menunjukkan bahwa sistem kaku dan periode getar besar menunjukkan sistem lebih fleksibel, sehingga semakin besar periode getar semakin besar pula perpindahan maksimum yang dihasilkan.

## 7.2. Kecepatan

a. Sistem dengan variasi massa dan kekakuan tetap sebesar 4027,3 kg/cm

Sistem dengan massa sebesar 6,4 kgdt<sup>2</sup>/cm menghasilkan kecepatan maksimum sebesar -4,97423 cm/dt, massa sebesar 12,8 kgdt<sup>2</sup>/cm menghasilkan kecepatan maksimum sebesar -6,3269 cm/dt dan untuk massa sebesar 25,6 kgdt<sup>2</sup>/cm menghasilkan kecepatan maksimum sebesar -5,78066 cm/dt.

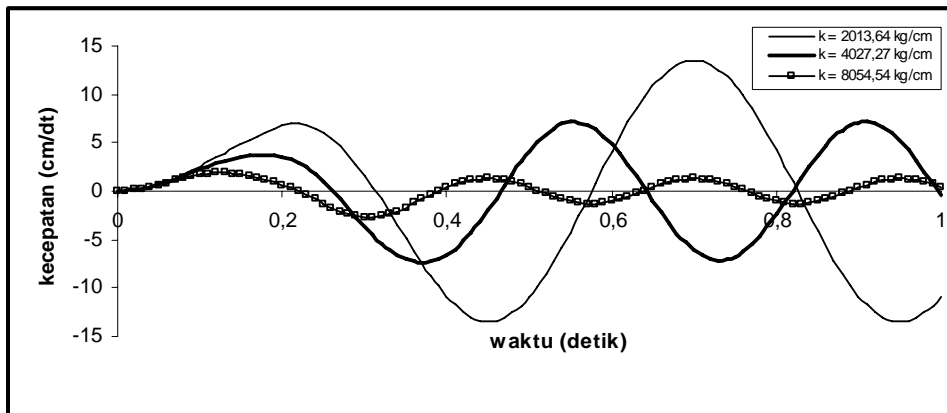


**Gambar 7. Riwayat waktu vs kecepatan dengan variasi massa**

b. Sistem dengan variasi kekakuan dan massa tetap sebesar 12,8 kgdt<sup>2</sup>/cm

Sistem dengan kekakuan sebesar 2013,6 kg/cm menghasilkan kecepatan maksimum sebesar -11,5613 cm/dt, kekakuan sebesar 4027,3 kg/cm menghasilkan kecepatan maksimum

sebesar  $-6,3269 \text{ cm/dt}$  dan untuk kekakuan sebesar  $8054,6 \text{ kg/cm}$  menghasilkan kecepatan maksimum sebesar  $-2,48712 \text{ cm/dt}$ .



**Gambar 8. Riwayat waktu vs kecepatan dengan variasi kekakuan**

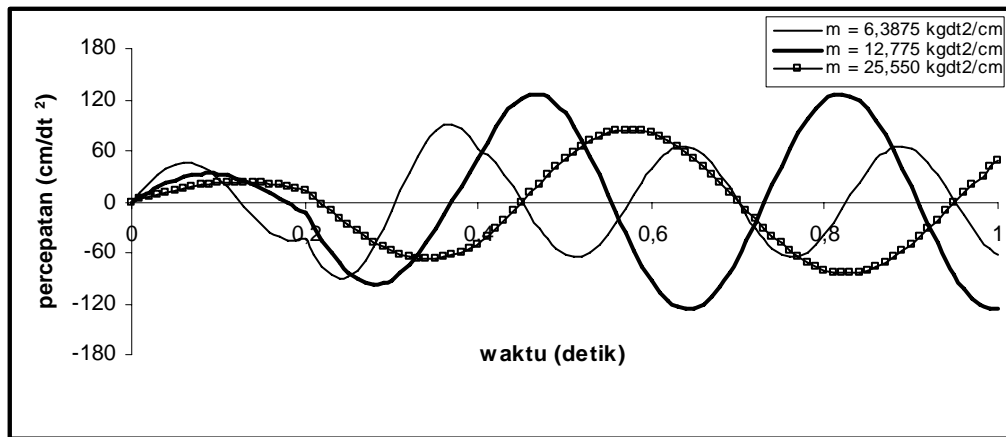
Gambar 7 dan Gambar 8 memperlihatkan bahwa variasi massa dan kekakuan menghasilkan kecepatan maksimum yang semua nilainya negatif. Hal ini menunjukkan bahwa kecepatan maksimum terjadi pada arah yang berlawanan dengan arah beban. Nilai kecepatan untuk tiap penambahan massa awalnya cenderung bertambah besar dulu seterusnya seiring penambahan massa hasilnya akan mengecil. Nilai kecepatan untuk tiap penambahan kekakuan cenderung akan semakin kecil.

Hitungan kecepatan dengan variasi kekakuan memperlihatkan bahwa periode getar berbanding lurus dengan nilai kecepatan maksimum yang dihasilkan. Hal ini terjadi karena periode getar kecil menunjukkan bahwa sistem kaku dan periode getar besar menunjukkan sistem lebih fleksibel, sehingga semakin besar periode getar maka semakin besar pula kecepatan maksimum yang dihasilkan.

### 7.3. Percepatan

a. Sistem dengan variasi massa dan kekakuan tetap sebesar  $4027,3 \text{ kg/cm}$

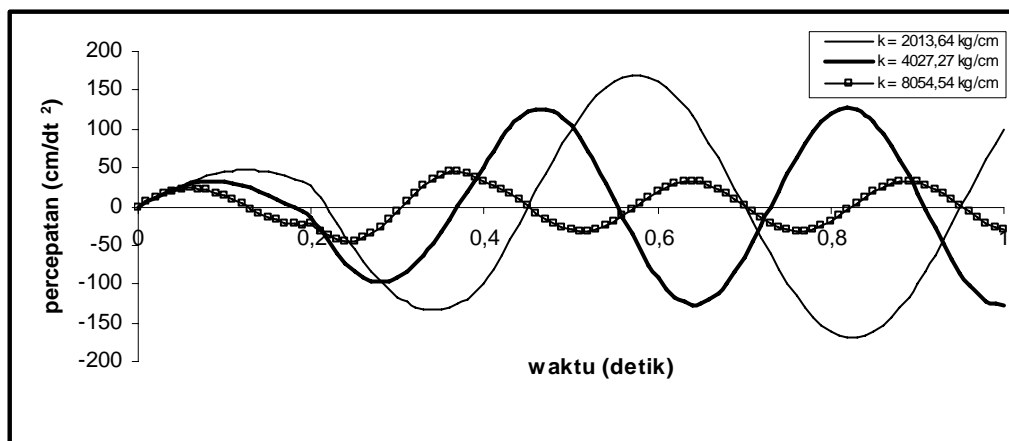
Sistem dengan massa sebesar  $6,4 \text{ kgdt}^2/\text{cm}$  menghasilkan percepatan maksimum sebesar  $-84,1396 \text{ cm/dt}^2$ , massa sebesar  $12,8 \text{ kgdt}^2/\text{cm}$  menghasilkan percepatan maksimum sebesar  $100,7412 \text{ cm/s}^2$  dan untuk massa sebesar  $25,6 \text{ kgdt}^2/\text{cm}$  menghasilkan percepatan maksimum sebesar  $67,28318 \text{ cm/dt}^2$ .



**Gambar 9. Riwayat waktu vs percepatan dengan variasi massa**

b. Sistem dengan variasi kekakuan dan massa tetap sebesar 12,8 kgdt<sup>2</sup>/cm

Sistem dengan kekakuan sebesar 2013,6 kg/cm menghasilkan percepatan maksimum sebesar 134,5664 cm/dt<sup>2</sup>, kekakuan sebesar 4027,3 kg/cm menghasilkan percepatan maksimum sebesar 100,7412 cm/dt<sup>2</sup> dan untuk kekakuan sebesar 8054,6 kg/cm menghasilkan percepatan maksimum sebesar -42,0698 cm/dt<sup>2</sup>.



**Gambar 10. Riwayat waktu vs percepatan dengan variasi kekakuan**

Gambar 9 dan Gambar 10 memperlihatkan nilai percepatan maksimum yang dihasilkan dengan variasi massa dan kekakuan. Nilai percepatan untuk tiap penambahan massa awalnya cenderung bertambah besar duku seterusnya seiring penambahan massa hasilnya akan mengecil. Nilai percepatan untuk tiap penambahan kekakuan cenderung akan semakin kecil.

Hitungan percepatan dengan variasi kekakuan memperlihatkan bahwa periode getar berbanding lurus dengan nilai percepatan maksimum yang dihasilkan. Hal ini terjadi karena periode getar kecil menunjukkan bahwa sistem kaku dan periode getar besar menunjukkan sistem lebih fleksibel, sehingga semakin besar periode getar maka semakin besar pula percepatan maksimum yang dihasilkan. Percepatan maksimum besar akan mengakibatkan sistem mengalami kerusakan.

## 8. KESIMPULAN

Dari hasil dan analisis respon struktur SDOF pada penelitian ini dapat diambil kesimpulan bahwa semakin besar massa maka semakin besar pula perpindahan maksimum yang dihasilkan atau dengan kata lain massa berbanding lurus dengan perpindahan maksimum. Lain halnya dengan kekakuan, semakin besar kekakuan maka semakin kecil perpindahan maksimum yang dihasilkan atau dengan kata lain kekakuan berbanding terbalik dengan perpindahan maksimum.

Variasi massa dan kekakuan menghasilkan kecepatan maksimum yang semua nilainya negatif. Hal ini menunjukkan bahwa kecepatan maksimum terjadi pada arah yang berlawanan dengan arah beban. Nilai kecepatan dan percepatan untuk tiap penambahan massa cenderung bertambah besar sedangkan nilai kecepatan untuk tiap penambahan kekakuan cenderung akan semakin kecil.

## DAFTAR PUSTAKA

- Clough, R.W. & Penzien, J., 1988, *Dinamika Struktur*, Erlangga, Jakarta.
- Dewobroto, W., 2004, *Aplikasi Rekayasa Konstruksi dengan SAP2000*, PT Elex Komputindo Kelompok Gramedia, Jakarta.
- James, M.L. et al., 1994, *Vibration of Mechanical and Structural Systems with Microcomputer Application*. Harper Collins College Publishers, New York.
- Liu, J.L, 2002, New Method for Solution of Response of Nonlinear Hysteretic System, *Journal of Vibration and Acoustics*, October 2002 , Volume 124, Issue 4, pp. 653-656
- Lumantarna, B., 1999, *Pengantar Analisis Dinamis dan Gempa*, Andi Offset Yogyakarta.
- Paz, M., 1990., *Dinamika Struktur*. Erlangga, Jakarta.
- Widodo., 2000., *Respons Dinamik Struktur Elastik*. UII Press, Yogyakarta.